Terry Feagin's 17 stage order 10 Runge-Kutta scheme

The 17 stage order 10 Runge-Kutta scheme considered here is that of Terry Feagin, University of Houston – Clear Lake, Houston, Texas, USA
The coefficients (correct to 60 digits) are available at: http://sce.uhcl.edu/rungekutta.

The scheme has the following rational values for specific nodes and weights.

$$c_2 = \frac{1}{10},\ c_7 = \frac{5}{6},\ c_{13} = \frac{5}{6},\ c_{16} = \frac{1}{10},\ c_{17} = 1,$$

$$b_2 = \frac{1}{40},\ b_3 = \frac{1}{30},\ b_4 = 0,\ b_5 = \frac{1}{20},\ b_6 = 0,\ b_7 = \frac{1}{25},\ b_8 = 0,\ b_{13} = -\frac{1}{25},\ b_{14} = -\frac{1}{20},\ b_{15} = -\frac{1}{30},\ b_{16} = -\frac{1}{40}$$

The nodes:

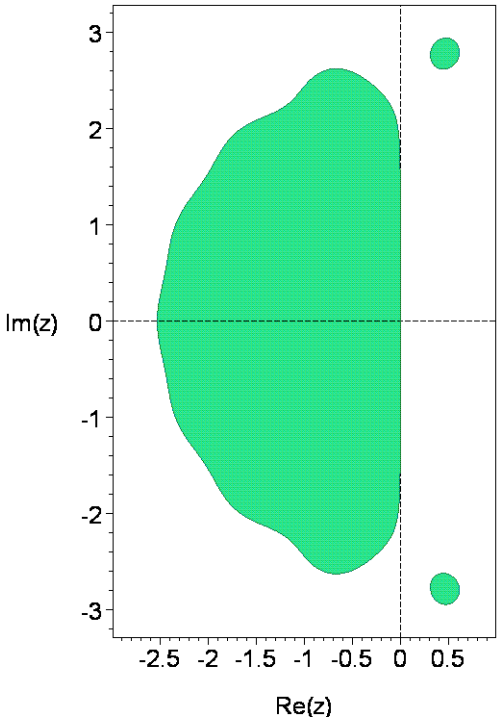
$$c_9 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{147 + 42\sqrt{7}}}{42},\ c_{10} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{147 - 42\sqrt{7}}}{42},\ c_{11} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{147 - 42\sqrt{7}}}{42},\ c_{12} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{147 + 42\sqrt{7}}}{42}$$

are the zeros of the derivative $P'_5(x) = \frac{d}{dx} P_5(x)$ of the **Legendre polynomial** $P_5(x)$ mapped linearly from the interval $[-1, 1]$ to the interval $[0, 1]$.
They provide nodes for **Gauss-Lobatto integration** on the interval $[0, 1]$.
These values give rise to the following weights:

$$b_1 = \frac{1}{30},\ b_9 = \frac{7}{30} - \frac{\sqrt{7}}{60},\ b_{10} = \frac{7}{30} + \frac{\sqrt{7}}{60},\ b_{11} = \frac{7}{30} + \frac{\sqrt{7}}{60},\ b_{12} = \frac{7}{30} - \frac{\sqrt{7}}{60},\ b_{17} = \frac{1}{30}.$$

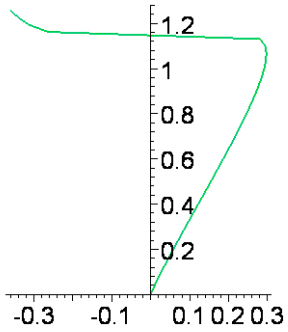
The principal error norm, that is, the 2-norm of the principal error terms is: $0.2189217092 \times 10^{(-4)}$.
The maximum magnitude of the linking coefficients is: 5.784288136.

The stability region for the scheme is shown in the following picture.



The real stability interval of the scheme is $[-2.5279, 0]$.

The following picture shows the result of distorting the boundary curve of the stability region of the scheme horizontally by taking the 11th root of the real part of points along the curve.



The stability region intersects the nonnegative imaginary axis in the interval [0, 1.1540].

The coefficients correct to 85 digits are as follows.

c[2]=.1,
c[3]=.53935784080298178753248519788130243685727344970100901550549979596066374217645174725 34,
c[4]=.80903676120447268129872779682195365528591017455151352325824969394099561326467762088 02,
c[5]=.30903676120447268129872779682195365528591017455151352325824969394099561326467762088 02,
c[6]=.98107419021979526825487954831056208048905674611872488202780530921630630764198994236 42,
c[7]=.83333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333 33,
c[8]=.35401736585680237632926418594879674211582405380737396832418383002098499701564633195 88,
c[9]=.88252766196473234642550148697966907518286784426805211966379117791852765851941325706 17,
c[10]=.64261575824032254815707549702043953595950173636321269590987520826384896545709979909 08,
c[11]=.35738424175967745184292450297956046404049826363678730409012479173615103454290020090 92,
c[12]=.11747233803526765357449851302033092481713215573194788033620882208147234148058674293 83,
c[13]=.83333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333 33,
c[14]=.30903676120447268129872779682195365528591017455151352325824969394099561326467762088 02,
c[15]=.53935784080298178753248519788130243685727344970100901550549979596066374217645174725 34,
c[16]=.1,
c[17]=1.,

a[2,1]=.1,
a[3,1]=-.91517656137529144052001501927534215431895138766436972056466039799630485844895606176 12,
a[3,2]=1.45453440217827322805250021715664459117622483736537873607016019395696860062540780901 5,
a[4,1]=.20225919030111817032468194920548841382147754363787838081456242348524890331616940522 00,
a[4,2]=0.,
a[4,3]=.60677757090335451097404584761646524146443263091363514244368727045574670994850821566 01,
a[5,1]=.18402471470864357514910069347112066421677404797959141784463496613891344672997505029 03,
a[5,2]=0.,
a[5,3]=.19796683122719236906814177051038879337063728746336040155574587568779419085347517804 90,
a[5,4]=-.72954784731363262918514667159555802301501160891438296142131147885712024318772607459 22e-1,
a[6,1]=.87900734020668133731977709413212547591888682494454853404137797895894329023469300005 04e-1,
a[6,2]=0.,
a[6,3]=0.,
a[6,4]=.41045970252026064531817489592045342608803532590284869521040603828362326345677764338 76,
a[6,5]=.48271375367886648920472694297689610680913273772142133341326147303678871516174299897 16,
a[7,1]=.85970050490246030218848022594580840141113261563660022259387976968467288999620006805 12e-1,
a[7,2]=0.,
a[7,3]=0.,
a[7,4]=.33088596304072218394888405765875317364824015483840203344863244565617741326566373538 04,
a[7,5]=.48966295730945019284450701113589820117801547843379009721079045058446286208052562479 50,
a[7,6]=-.73185637507085073678905758055898881634035561502518819585477539875774231012476033647 21e-1,
a[8,1]=.12093044912533372066037885492766895395893899699970367881262072424793881946267845824 22,
a[8,2]=0.,
a[8,3]=0.,
a[8,4]=0.,

a[8,5]=.260124675758295622809007617838335174368108756484693361887838548073694852531521188953 6,
a[8,6]=.325402621549091330158899334391231259332716675992700000776101476341093681159941039861 3e-1,
a[8,7]=-.595780211817361001560122202563305121444953672762930724538855899347580430945474192231 7e-1,
a[9,1]=.110854379580391483508936171010218441909425780168656559807037971223862833486403404894 8,
a[9,2]=0.,
a[9,3]=0.,
a[9,4]=0.,
a[9,5]=0.,
a[9,6]=-.605761488255005587620924953655516875526344415354339234619466074547078204498474135141 7e-1,
a[9,7]=.321763705601778390100898799049878904081404368603077129251110294902061001727437799077 2,
a[9,8]=.510485725608063031577759012285123416744672137031752354067589519247311643755419466603 9,
a[10,1]=.112054414752879004829715002761802363003717611158172229329392651493469560873467081824 6,
a[10,2]=0.,
a[10,3]=0.,
a[10,4]=0.,
a[10,5]=0.,
a[10,6]=-.144942775902865915672349828340980777181668499748506838876185222516921568687330682546 0,
a[10,7]=-.333269719096256706589705211415746871709467423992115497968724222141813751999808252865 8,
a[10,8]=.499269229556880061353316843969978567860276816592673201240331548835404482876652557142 9,
a[10,9]=.509504608929686104236098690045386253986643232352989602185060452593710242394119095535 1,
a[11,1]=.113976783964185986138004186736901163890724752541486831640341221030929066427133625776 5,
a[11,2]=0.,
a[11,3]=0.,
a[11,4]=0.,
a[11,5]=0.,
a[11,6]=-.768813364203356938586214289120895270821349023390922987406383537326384125891572709332 4e-1,
a[11,7]=.239527360324390649107711455271882373019741311201004119339562878578122444317779359304 6,
a[11,8]=.397774662368094639047830462488952104564716416343454639902613300817816044561336839096 6,
a[11,9]=.107558956873607455550609147441477450257136782823280838547023973431213146013837866315 7e-1,
a[11,10]=-.327769124164018874147061087350233395378262992392394071906456652301199422775576138966 9,
a[12,1]=.798314528280196046351426864486400322758737630423413945356283715140838850738044734459 3e-1,
a[12,2]=0.,
a[12,3]=0.,
a[12,4]=0.,
a[12,5]=0.,
a[12,6]=-.520329686800603076514949887612959068721311443881683526937297856821281471604892386952 2e-1,
a[12,7]=-.576954146168548881732784355283433509066159287152968723021863979341305566821084484195 5e-1,
a[12,8]=.194781915712104164976306262147382871156142921354409364738090222886639024703394606439 0,
a[12,9]=.145384923188325069727524825977071194859203467568236523866582398090891333779006745884 9,
a[12,10]=-.782942710351670777553986729725692447252077047239160551335015914201645820796978877941 9e-1,
a[12,11]=-.114503299361098912184303164290554670970133218405658122674674395373718616153323507922 6,
a[13,1]=.985115610164857280120041500306517278413646677314195559520528581131590834860542960066 5,
a[13,2]=0.,
a[13,3]=0.,
a[13,4]=.330885963040722183948884057658753173648240154838402033448632445656177413265663735380 4,
a[13,5]=.489662957309450192844507011135898201178015478433790097210790450584462862080525624795 0,
a[13,6]=-1.378964865748435675821127209307519023539043271485594715263967279333987427873524280873,
a[13,7]=-.861164195027635666673916999665534573351026060987427093314411502040587916949486494103 0,
a[13,8]=5.784288136375372200229997854865784360068727896894991726018561768761366739727928637196,
a[13,9]=3.288077619851035668904606159373148054772682529033423565819249490150659566267799708492,
a[13,10]=-2.386339050931363840134223252155278661484014659759541045858065415400776902303795495458,
a[13,11]=-3.254793424836439186545893675877887267477115046747806802699112121425479969838061889986,
a[13,12]=-2.163435416864229823539542113000548208896780364201099991548873084750091865904259172177,
a[14,1]=.895080295771632891049613132336585138148156279241561345991709517075767283984552564072 9,
a[14,2]=0.,
a[14,3]=.197966831227192369068141770510388793370637287463360401555745875687794190853475178049 0,
a[14,4]=-.729547847313632629185146671595558023015011608914382961421311478857120243187726074592 2e-1,
a[14,5]=0.,

a[14,6]=-.85123623966200761973904937144596679328935972287570222716610488877406457751280874117 21,
a[14,7]=.39832011231853330171971861417437364333648091810377390423185649854142946184629226138 10,
a[14,8]=3.63937263181035606029412920047090044132027387893977804176228724525788591933918236728 8,
a[14,9]=1.54822877039830322365301663075174564919981736348973496313065068203641497941295108131 0,
a[14,10]=-2.12221714704053716026062427460427261025318461146260124401560779010705626527177584916 9,
a[14,11]=-1.58350398545326172713384349625753212757269188934434237975290727682652967676770543379 7,
a[14,12]=-1.71561608285936264922031819751349098912615880827551992973033578799013870929656936258 8,
a[14,13]=-.24403640575012745213541544441221687546559359837091056606913233074794969004143837035 05e-1,
a[15,1]=-.91517656137529144052001501927534215431895138766436972056466039799630485844895606176 12,
a[15,2]=1.45453440217827322805250021715664459117622483736537873607016019395696860062540780901 5,
a[15,3]=0.,
a[15,4]=0.,
a[15,5]=-.77733364364496823353893122857530213780335105362954728633446909431637993507723767650 98,
a[15,6]=0.,
a[15,7]=-.91089566215517606959320355580748420011188909177010179964798497753339872757977244263 30e-1,
a[15,8]=0.,
a[15,9]=0.,
a[15,10]=0.,
a[15,11]=0.,
a[15,12]=0.,
a[15,13]=.91089566215517606959320355580748420011188909177010179964798497753339872757977244263 30e-1,
a[15,14]=.77733364364496823353893122857530213780335105362954728633446909431637993507723767650 98,
a[16,1]=.1,
a[16,2]=0.,
a[16,3]=-.15717866579977116336705899827312892186718375412670941940965366434819721168309486466 37,
a[16,4]=0.,
a[16,5]=0.,
a[16,6]=0.,
a[16,7]=0.,
a[16,8]=0.,
a[16,9]=0.,
a[16,10]=0.,
a[16,11]=0.,
a[16,12]=0.,
a[16,13]=0.,
a[16,14]=0.,
a[16,15]=.15717866579977116336705899827312892186718375412670941940965366434819721168309486466 37,
a[17,1]=.18178130070009528388847206258226237965044383146319952166494465108029562147843003218 20,
a[17,2]=.675,
a[17,3]=.34275815984718983994222055341385087174233873470395891993725995577818834906122710424 88,
a[17,4]=0.,
a[17,5]=.25911121454832274451297707619176737926778368454318242877815636477212664502574589216 99,
a[17,6]=-.35827896671795208904896127672197939773975063467326880248427080245240215033206352327 61,
a[17,7]=-1.04594895940883306095050068756409905131588123172378489286079957116229569253547476122 6,
a[17,8]=.93032784541562698329230056443242877713760165118296579468039744097901178630601399284 99,
a[17,9]=1.77950959431708102446142106794824453926275743243327790535999750038692030116154030711 9,
a[17,10]=.1,
a[17,11]=-.28254756953904408161247778522228727640848937597621118995287701884074777207042090731 06,
a[17,12]=-.15932735011997254916926198437348585927803154212755193146182084813192951325978662904 81,
a[17,13]=-.14551589464700151086099196108108411130865013057862640494557135185885258074823851128 93,
a[17,14]=-.25911121454832274451297707619176737926778368454318242877815636477212664502574589216 99,
a[17,15]=-.34275815984718983994222055341385087174233873470395891993725995577818834906122710424 88,
a[17,16]=-.675,

b[1]=.33333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333 3e-1,
b[2]=.25e-1,
b[3]=.33333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333 3e-1,
b[4]=0.,

b[5]=.5e-1,
b[6]=0.,
b[7]=.4e-1,
b[8]=0.,
b[9]=.189237478148923490158306404106012326238162346948625830327194425679982186279495272870 7,
b[10]=.277429188517743176508360262560654340428504319718040836339472240986684480387171393796 0,
b[11]=.277429188517743176508360262560654340428504319718040836339472240986684480387171393796 0,
b[12]=.189237478148923490158306404106012326238162346948625830327194425679982186279495272870 7,
b[13]=-.4e-1,
b[14]=-.5e-1,
b[15]=-.333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333 3e-1,
b[16]=-.25e-1,
b[17]=.333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333 3e-1.

Version: 29 Nov 2011, Peter Stone