Terry Feagin's order 10 Runge-Kutta scheme with an order 8 embedded scheme

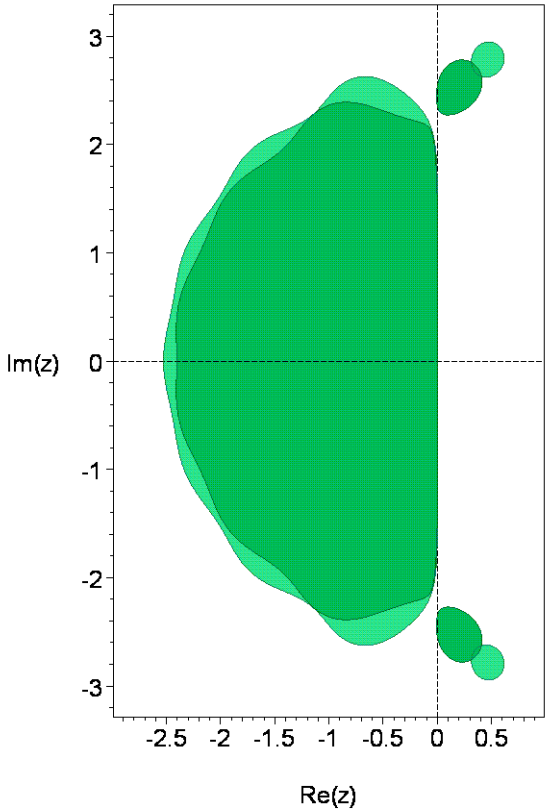
The 17 stage order 10 Runge-Kutta scheme considered here is that of Terry Feagin, University of Houston – Clear Lake, Houston, Texas, USA
The coefficients (correct to 60 digits) are available at: http://sce.uhcl.edu/rungekutta.

Note: The embedded order 8 scheme requires 3 stages to be added to Terry Feagin's 17 stage scheme.

The principal error norm of the order 10 scheme, that is, the 2-norm of the principal error terms is: $0.2189217092 \times 10^{(-4)}$.

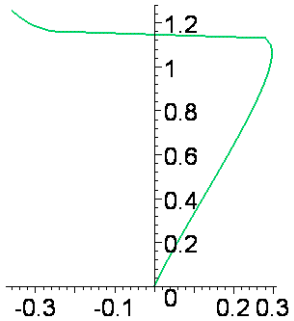
The principal error norm of the embedded order 8 scheme is: $0.1083458838 \times 10^{(-4)}$.
The maximum magnitude of the linking coefficients is 11.50508618.
The 2-norm of the linking coefficients is 19.27061640.

The stability regions for the two schemes are shown in the following picture.



The stability region of the order 8 scheme appears in the darker shade.
The real stability intervals of the order 10 and 8 schemes are respectively $[-2.5279, 0]$ and $[-2.4054, 0]$.

The following picture shows the result of distorting the boundary curve of the stability region of the order 10 scheme horizontally by taking the 11th root of the real part of points along the curve.



The stability region intersects the nonnegative imaginary axis in the interval $[0, 1.1540]$.

The coefficients correct to 85 digits are as follows.
c[2]=.1,
c[3]=.53935784080298178753248519788130243685727344970100901550549979596066374217645174725 34,
c[4]=.80903676120447268129872779682195365528591017455151352325824969394099561326467762088 02,
c[5]=.30903676120447268129872779682195365528591017455151352325824969394099561326467762088 02,
c[6]=.98107419021979526825487954831056208048905674611872488202780530921630630764198994236 42,
c[7]=.83333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333 33,
c[8]=.35401736585680237632926418594879674211582405380737396832418383002098499701564633195 88,
c[9]=.88252766196473234642550148697966907518286784426805211966379117791852765851941325706 17,
c[10]=.64261575824032254815707549702043953595950173636321269590987520826384896545709979909 08,
c[11]=.35738424175967745184292450297956046404049826363678730409012479173615103454290020090 92,
c[12]=.11747233803526765357449851302033092481713215573194788033620882208147234148058674293 83,
c[13]=.83333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333 33,
c[14]=.30903676120447268129872779682195365528591017455151352325824969394099561326467762088 02,
c[15]=.53935784080298178753248519788130243685727344970100901550549979596066374217645174725 34,
c[16]=.1,
c[17]=1.,
c[18]=.34987142641052790803206776584480411435486310694297383149296626834064438057782483739 22,
c[19]=.83293397231096911608093716719914802981895633652822151224707135250266240681576144834 93,
c[20]=1.,

a[2,1]=.1,
a[3,1]=-.91517656137529144052001501927534215431895138766436972056466039799630485844895606176 12,
a[3,2]=1.45453440217827322805250021715664459117622483736537873607016019395696860062540780901 5,
a[4,1]=.20225919030111817032468194920548841382147754363787838081456242348524890331616940522 00,
a[4,2]=0.,
a[4,3]=.60677757090335451097404584761646524146443263091363514244368727045574670994850821566 01,
a[5,1]=.18402471470864357514910069347112066421677404797959141784463496613891344672997505029 03,
a[5,2]=0.,
a[5,3]=.19796683122719236906814177051038879337063728746336040155574587568779419085347517804 90,
a[5,4]=-.72954784731363262918514667159555802301501160891438296142131147885712024318772607459 22e-1,
a[6,1]=.87900734020668133731977709413212547591888682494454853404137797895894329023469300005 04e-1,
a[6,2]=0.,
a[6,3]=0.,
a[6,4]=.41045970252026064531817489592045342608803532590284869521040603828362326345677764338 76,
a[6,5]=.48271375367886648920472694297689610680913273772142133341326147303678871516174299897 16,
a[7,1]=.85970050490246030218848022594580840141113261563660022259387976968467288999620006805 12e-1,
a[7,2]=0.,
a[7,3]=0.,
a[7,4]=.33088596304072218394888405765875317364824015483840203344863244565617741326566373538 04,
a[7,5]=.48966295730945019284450701113589820117801547843379009721079045058446286208052562479 50,
a[7,6]=-.73185637507085073678905758055898881634035561502518819585477539875774231012476033647 21e-1,
a[8,1]=.12093044912533372066037885492766895395893899699970367881262072424793881946267845824 22,
a[8,2]=0.,
a[8,3]=0.,
a[8,4]=0.,
a[8,5]=.26012467575829562280900761783833517436810875648469336188783854807369485253152118895 36,
a[8,6]=.32540262154909133015889933439123125933271667599270000077610147634109368115994103986 13e-1,
a[8,7]=-.59578021181736100156012220256330512144495367276293072453885589934758043094547419223 17e-1,
a[9,1]=.11085437958039148350893617101021844190942578016865655980703797122386283348640340489 48,
a[9,2]=0.,
a[9,3]=0.,
a[9,4]=0.,
a[9,5]=0.,
a[9,6]=-.60576148825500558762092495365551687552634441535433923461946607454707820449847413514 17e-1,
a[9,7]=.32176370560177839010089879904987890408140436860307712925111029490206100172743779907 72,
a[9,8]=.51048572560806303157775901228512341674467213703175235406758951924731164375541946660 39,
a[10,1]=.11205441475287900482971500276180236300371761115817222932939265149346956087346708182 46,

a[10,2]=0.,
a[10,3]=0.,
a[10,4]=0.,
a[10,5]=0.,
a[10,6]=-.144942775902865915672349828340980777181668499748506838876185222516921568687330682546 0,
a[10,7]=-.333269719096256706589705211415746871709467423992115497968724222141813751999808252865 8,
a[10,8]=.499269229556880061353316843969978567860276816592673201240331548835404482876652557142 9,
a[10,9]=.509504608929686104236098690045386253986643232352989602185060452593710242394119095535 1,
a[11,1]=.113976783964185986138004186736901163890724752541486831640341221030929066427133625776 5,
a[11,2]=0.,
a[11,3]=0.,
a[11,4]=0.,
a[11,5]=0.,
a[11,6]=-.768813364203356938586214289120895270821349023390922987406383537326384125891572709332 4e-1,
a[11,7]=.239527360324390649107711455271882373019741311201004119339562878578122444317779359304 6,
a[11,8]=.397774662368094639047830462488952104564716416343454639902613300817816044561336839096 6,
a[11,9]=.107558956873607455550609147441477450257136782823280838547023973431213146013837866315 7e-1,
a[11,10]=-.327769124164018874147061087350233395378262992392394071906456652301199422775576138966 9,
a[12,1]=.798314528280196046351426864486400322758737630423413945356283715140838850738044734459 3e-1,
a[12,2]=0.,
a[12,3]=0.,
a[12,4]=0.,
a[12,5]=0.,
a[12,6]=-.520329686800603076514949887612959068721311443881683526937297856821281471604892386952 2e-1,
a[12,7]=-.576954146168548881732784355283433509066159287152968723021863979341305566821084484195 5e-1,
a[12,8]=.194781915712104164976306262147382871156142921354409364738090222886639024703394606439 0,
a[12,9]=.145384923188325069727524825977071194859203467568236523866582398090891333779006745884 9,
a[12,10]=-.782942710351670777553986729725692447252077047239160551335015914201645820796978877941 9e-1,
a[12,11]=-.114503299361098912184303164290554670970133218405681226746743953737181616153323507922 6,
a[13,1]=.985115610164857280120041500306517278413646677314195559520528581131590834860542960066 5,
a[13,2]=0.,
a[13,3]=0.,
a[13,4]=.330885963040722183948884057658753173648240154838402033448632445656177413265663735380 4,
a[13,5]=.489662957309450192844507011135898201178015478433790097210790450584462862080525624795 0,
a[13,6]=-1.378964865748435675821127209307519023539043271485594715263967279333987427873524280873,
a[13,7]=-.861164195027635666673916999665534573351026060987427093314411502040587916949486494103 0,
a[13,8]=5.784288136375372200229997854865784360068727896894991726018561768761366739727928637196,
a[13,9]=3.288077619851035668904606159373148054772682529033423565819249490150659566267799708492,
a[13,10]=-2.386339050931363840134223252155278661484014659759541045858065415400776902303795495458,
a[13,11]=-3.254793424836439186545893675877887267477115046747806802699112121425479969838061889986,
a[13,12]=-2.163435416864229823539542113000548208896780364201099991548873084750091865904259172177,
a[14,1]=.895080295771632891049613132336585138148156279241561345991709517075767283984552564072 9,
a[14,2]=0.,
a[14,3]=.197966831227192369068141770510388793370637287463360401555745875687794190853475178049 0,
a[14,4]=-.729547847313632629185146671595558023015011608914382961421311478857120243187726074592 2e-1,
a[14,5]=0.,
a[14,6]=-.851236239662007619739049371445966793289359722875702227166104888774064577512808741172 1,
a[14,7]=.398320112318533301719718614174373643336480918103773904231856498541429461846292261381 0,
a[14,8]=3.639372631810356060294129200470900441320273878939778041762287245257885919339182367288,
a[14,9]=1.548228770398303223653016630751745649199817363489734963130650682036414979412951081310,
a[14,10]=-2.122217147040537160260624274604272610253184611462601244015607790107056265271775849169,
a[14,11]=-1.583503985453261727133843496257532127572691889344342379752907276826529676767705433797,
a[14,12]=-1.715616082859362649220318197513490989126158808275519929730335787990138709296569362588,
a[14,13]=-.244036405750127452135415444412216875465593593870910566069132330747949690041438370350 5e-1,
a[15,1]=-.915176561375291440520015019275342154318951387664369720564660397996304858448956061761 2,
a[15,2]=1.454534402178273228052500217156644591176224837365378736070160193956968600625407809015,
a[15,3]=0.,
a[15,4]=0.,

a[15,5]=-.77733364364496823353893122857530213780335105362954728633446909431637993507723767650 98,
a[15,6]=0.,
a[15,7]=-.91089566215517606959320355580748420011188909177010179964798497753339872757977244263 30e-1,
a[15,8]=0.,
a[15,9]=0.,
a[15,10]=0.,
a[15,11]=0.,
a[15,12]=0.,
a[15,13]=.91089566215517606959320355580748420011188909177010179964798497753339872757977244263 30e-1,
a[15,14]=.77733364364496823353893122857530213780335105362954728633446909431637993507723767650 98,
a[16,1]=.1,
a[16,2]=0.,
a[16,3]=-.15717866579977116336705899827312892186718375412670941940965366434819721168309486466 37,
a[16,4]=0.,
a[16,5]=0.,
a[16,6]=0.,
a[16,7]=0.,
a[16,8]=0.,
a[16,9]=0.,
a[16,10]=0.,
a[16,11]=0.,
a[16,12]=0.,
a[16,13]=0.,
a[16,14]=0.,
a[16,15]=.15717866579977116336705899827312892186718375412670941940965366434819721168309486466 37,
a[17,1]=.18178130070009528388847206258226237965044383146319952166494465108029562147843003218 20,
a[17,2]=.675,
a[17,3]=.34275815984718983994222055341385087174233873470395891993725995577818834906122710424 88,
a[17,4]=0.,
a[17,5]=.25911121454832274451297707619176737926778368454318242877815636477212664502574589216 99,
a[17,6]=-.35827896671795208904896127672197939773975063467326880248427080245240215033206352327 61,
a[17,7]=-1.04594895940883306095050068756409905131588123172378489286079957116229569253547476122 6,
a[17,8]=.93032784541562698329230056443242877713760165118296579468039744097901178630601399284 99,
a[17,9]=1.77950959431708102446142106794824453926275743243327790535999750038692030116154030711 9,
a[17,10]=.1,
a[17,11]=-.28254756953904408161247778522228727640848937597621118995287701884074777207042090731 06,
a[17,12]=-.15932735011997254916926198437348585927803154212755193146182084813192951325978662904 81,
a[17,13]=-.14551589464700151086099196108108411130865013057862640494557135185885258074823851128 93,
a[17,14]=-.25911121454832274451297707619176737926778368454318242877815636477212664502574589216 99,
a[17,15]=-.34275815984718983994222055341385087174233873470395891993725995577818834906122710424 88,
a[17,16]=-.675,
a[18,1]=-.14054325916961940499358806423097282099311098163494816726229742668270622740824563099 14,
a[18,2]=0.,
a[18,3]=0.,
a[18,4]=.61907751246863395081769450414234102962627753271240360184112521880432637279816234285 73e-3,
a[18,5]=-.16481018283691051448756620140701298006083468717919847330689048344601376246435712181 00,
a[18,6]=.15601161855466634099856700904043403249477928985026457380066063705651428505729356878 79,
a[18,7]=.32045454545454545454545454545454545454545454545454545454545454545454545454545454545 45,
a[18,8]=-.64086535574533413919739946155439071050153883234509359860920247428240384993815856622 17,
a[18,9]=-.54811058030453794865027986390562992935105388123887749424494557181232761249909348489 78,
a[18,10]=.20407569141193595342066957787481804949053857350800582241630276564774381368267831149 93,
a[18,11]=.56006006006006006006006006006006006006006006006006006006006006006006006006006006 01,
a[18,12]=.60297981147325347238533247000881061764094274293550325049198309112642789316939499316 85,
a[18,13]=0.,
a[18,14]=0.,
a[18,15]=0.,
a[18,16]=0.,
a[18,17]=0.,

a[19,1]=.89233983994543758622602490519396736283682188511573030596810950493733347477544964051 77e-1,
a[19,2]=0.,
a[19,3]=0.,
a[19,4]=.32649086792638785989916046360516726803291869758981728061749421790046560558886623886 82,
a[19,5]=.48356799401995789918060460796818812121404320438705386636972972861168021767496266201 47,
a[19,6]=-.78767082205011893817384990118570064866557527037554162135422312198904821602937376818 14e-1,
a[19,7]=-.44860648596298488339506843925411405063440317807620424578063580728001888207749700264 63e-2,
a[19,8]=.93645347003314885202707999626307648286013271484341777295114176331263582108724952002 62e-2,
a[19,9]=.16931107021761158032257989990320325341333724882769315874728986917003726729775240512 97e-1,
a[19,10]=-.84803720421282998221857475037614553412665845985501299411845164820134044590343318287 51e-2,
a[19,11]=.36433504840285534531748419114382603880422505491364377518798830072519299911332457894 58e-1,
a[19,12]=-.67194473058524510033382310004755702336896276243602840383548417510686537444262749473 61e-2,
a[19,13]=0.,
a[19,14]=0.,
a[19,15]=0.,
a[19,16]=0.,
a[19,17]=0.,
a[19,18]=-.30635053779676089228847950945589558814187540441563917887234750621079080150419656572 46e-1,
a[20,1]=.25754498310685767416963644064147175351975408253523391197958745863751948024724611296 66e-1,
a[20,2]=0.,
a[20,3]=0.,
a[20,4]=.32383952393430792419537165288785482920999332751037149702494623915407131609750661613 57,
a[20,5]=.37369616076195520264714233567944808651943332298746158610936569832541028430853655151 06,
a[20,6]=-.44214569730088904900586345741663602475919849604037889427248443159760483188265090828 82e-1,
a[20,7]=10.86444980467137073082313751216401831385053962156612256456330160135453343148930872874,
a[20,8]=-.84450400383036667605041449418898987065166506760835597571056027323791163794728604217 60,
a[20,9]=.56661459714302021162739631125588112407717190789321086581885685407728743372229268979 13,
a[20,10]=.30433087700574339499063738967653191060346810656273587673075931702049533520679434844 63,
a[20,11]=1.80095791971766454588556824468166886639000951599947458528177785315097253464917417 2155,
a[20,12]=.18154446866361663301615328899236629485220438433097588171889885329065159478646219059 35,
a[20,13]=0.,
a[20,14]=0.,
a[20,15]=0.,
a[20,16]=0.,
a[20,17]=0.,
a[20,18]=-1.04738309611018057537951701446565276640312188734709260753156779964460791750998151 5034,
a[20,19]=-11.50508618053772825427185252500561036132408879054438977577648864619489383963926726063,

b[1]=.33333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333e-1,
b[2]=.25e-1,
b[3]=.33333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333e-1,
b[4]=0.,
b[5]=.5e-1,
b[6]=0.,
b[7]=.4e-1,
b[8]=0.,
b[9]=.18923747814892349015830640410601232623816234694862583032719442567998218627949527287 07,
b[10]=.27742918851774317650836026256065434042850431971804083633947224098668448038717139379 60,
b[11]=.27742918851774317650836026256065434042850431971804083633947224098668448038717139379 60,
b[12]=.18923747814892349015830640410601232623816234694862583032719442567998218627949527287 07,
b[13]=-.4e-1,
b[14]=-.5e-1,
b[15]=-.33333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333e-1,
b[16]=-.25e-1,
b[17]=.33333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333e-1,
b[17]=.33333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333e-1,
b[18]=0.,
b[19]=0.,

b[20]=0.,

b*[1]=.33909804811720309057644579775389508682716214704137507537158343182921638760383265926 50e-1,
b*[2]=0.,
b*[3]=0.,
b*[4]=0.,
b*[5]=0.,
b*[6]=-.10403489773821701490314119145988910426430187814900792891786628776727424871165999245 34,
b*[7]=6.89297291871607045658630808165812081766333070639318811116630751390453602296020085482 4,
b*[8]=.10718789407313997477931904161412358133669609079445145018915510718789407313997477931 90,
b*[9]=.26851851851851851851851851851851851851851851851851851851851851851851851851851851851 85,
b*[10]=.30506219860300502607081084869839493094418498944934035591237837640159059846964855947 43,
b*[11]=-.68172134639965913932680017043033659991478483170004260758414997869620792501065189603 75e-3,
b*[12]=.18649430336592611153197497403746730271351142192628454745331903635038459132664131299 34,
b*[13]=0.,
b*[14]=0.,
b*[15]=0.,
b*[16]=0.,
b*[17]=0.,
b*[18]=.16503599519486290443737038931862082732982130073029945443205265828785506980406861781 92,
b*[19]=-6.95546573799500131680650078092726715698887923861573359296998115673827410544328742431 6,
b*[20]=.10100072379637468986702233893695111066431665908022161928654204065054404910052215978 95

Version: 28 Nov 2011, Peter Stone